DETERMINACION DE LA ESTRATEGIA DE EXPLOTACION DE UN EMBALSE POR PROGRAMACION DINAMICA ESTOCASTICA (*)

Por LUIS LOPEZ GARCIA
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.
M. S. Civil Engineering.

Se presenta el desarrollo de un sistema de programas para la definición de la estrategia óptima de explotación de un embalse de uso múltiple. Se ha empleado un método basado en la aplicación de la programación dinámica estocástica, método que permite determinar la derivación mensual óptima correspondiente a un volumen embalsado al comienzo del mes y a un caudal en el mes anterior dados. De este modo se calculan doce tablas, una por cada mes, que recogen el valor de dichas derivaciones. Con estas tablas se puede conocer la derivación óptima en cada mes, para un estado determinado de embalse y del caudal anterior, datos medibles en el terreno.

1. INTRODUCCION

La definición de la estrategia de explotación mensual de un embalse de uso múltiple está condicionada por una serie de factores más o menos conocidos y controlados. El tratamiento de un problema de este tipo se puede realizar por muy diversos métodos, que en principio se pueden dividir en dos grandes grupos, métodos de simulación y métodos matemáticos. Los primeros intentan reproducir el funcionamiento del sistema, en este caso un embalse, a lo largo de períodos extensos, doscientos a quinientos años, bajo distintas hipótesis de explotación. El análisis de la gran masa de información obtenida permite elegir entre las estrategias simuladas la más adecuada a los fines propuestos, Askew, Yeh, Hall (1971). Los métodos matemáticos, programación lineal, dinámica, entera, definen la estrategia óptima para las hipótesis de cálculo, según un criterio único de evaluación representado por una función objetivo.

Como es natural, existe una polémica sobre la conveniencia de unos u otros métodos. En el momento actual, la opinión más generalizada parece ser:

1. En el caso de sistemas complejos suelen ser más convenientes los métodos de simulación, debido a la dificultad de emplear un criterio único de valoración y, a veces, a la falta de poder de resolución de los métodos matemáticos.

2. En el caso de sistemas sencillos, como el tratado, será generalmente más conveniente el empleo de métodos matemáticos.

Este trabajo intenta el empleo de la programación dinámica para resolver el problema planteado. El uso de la variedad estocástica de la programación dinámica se debe a la necesidad de que la estrategia de explotación tenga en cuenta la variabilidad de las aportaciones recibidas por el embalse.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de junio de 1973.

La teoría matemática de la programación dinámica se encuentra en numerosos textos. Es recomendable el Nemhauser (1966). En López García (1971 y 1973) pueden encontrarse descripciones breves de la teoría básica.

2. DESCRIPCION DEL SISTEMA

2.1. *Características físicas.*

El sistema que se quiere resolver está constituido por el embalse representado en la figura 1. Las hipótesis empleadas en el desarrollo del modelo son:

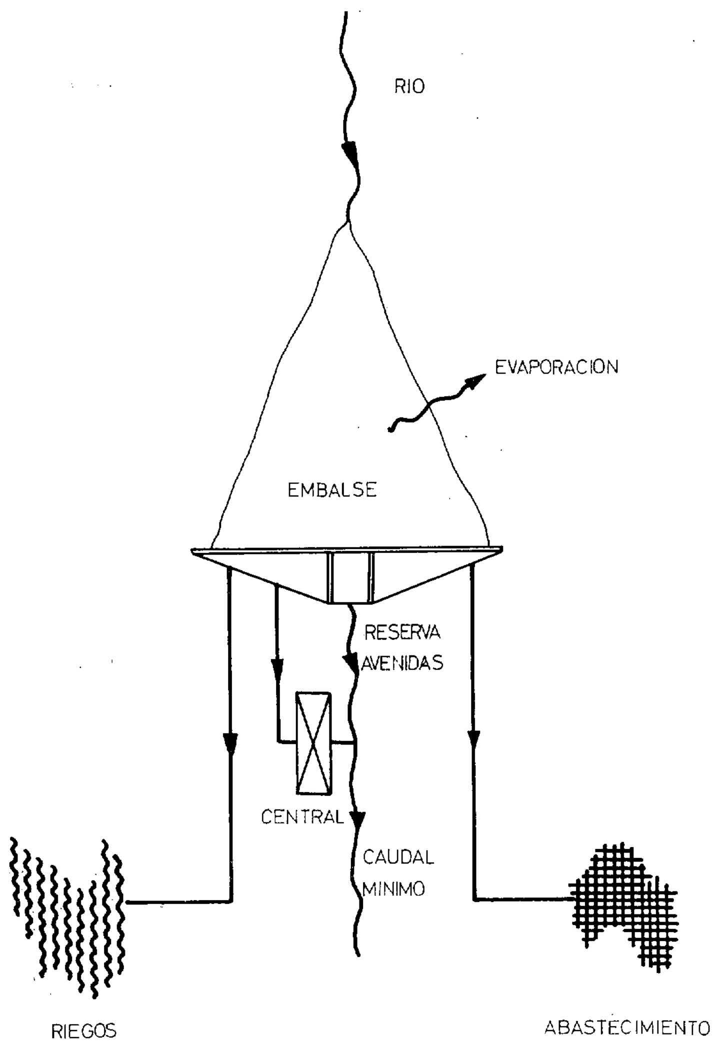

Fig. 1. — Esquema del sistema.

1. Se conocen las curvas características del embalse, es decir, la curva volumen embalsado-nivel de agua, la curva superficie libre-nivel de agua y la curva salto neto-nivel de agua.

2. Se conocen las capacidades máximas de las conducciones, ya sean canales de riegos o abastecimiento o tuberías forzadas.

3. Se conoce la constante de producción de la central eléctrica en kilovatios-hora por Hm^3/mes y metro de salto neto.

4. Se supone que los aliviaderos y desagües de fondo son suficientes para evacuar los caudales obtenidos en el cálculo. Esta hipótesis no es tan arriesgada como parece, ya que como se explica en 2.3, se impone el control de avenidas como restricción al funcionamiento del sistema.

2.2. *Hidrología.*

La hidrología se maneja en términos de probabilidad, suponiéndose que la distribución teórica de las aportaciones mensuales se conoce a partir del análisis de la serie histórica. El conocimiento de la distribución permite calcular los valores de la media, desviación típica y coeficiente de correlación serial de primer orden correspondientes a cada mes. Con ellos, y según se describe en 3.3 se puede obtener la matriz de transición que expresa la probabilidad de presentación de una aportación dada en un mes cualquiera, cuando se conoce la aportación del mes anterior.

En cuanto a la evaporación del embalse se considera que su valor específico mensual es constante y conocido.

2.3. *Demandas.*

Se considera que, en el caso más complicado, el modelo puede tratar embalses con los siguientes usos:

1. Control de avenidas: Dado que el proceso de cálculo emplea intervalos mensuales, no es posible simular de forma correcta el control de avenidas, ya que es un fenómeno de tipo diario o incluso horario. Por ello, se emplea una simplificación consistente en considerar que en cada mes se reserva un volumen de embalse, cuya misión es laminar las posibles avenidas. El valor del volumen reservado, que se definiría en una optimación previa, es el volumen de embalse necesario para laminar de forma aceptable la avenida máxima previsible con una cierta probabilidad, Maas y otros (1962).

2. Caudal mínimo del río aguas abajo de la presa: Por consideraciones relacionadas con la conservación de pesca, dilución de vertidos y actividades recreativas, se supone que el embalse debe proporcionar un caudal mínimo que puede variar de mes a mes. Este caudal debe de existir siempre, es decir, que se trata como una restricción al sistema.

3. Abastecimientos: Se supone que puede existir una demanda de abastecimiento con valor diferente para cada mes, pero constante a lo largo del período de cálculo. Si no existe demanda de riegos, se puede incluir una función de déficit que expresa la pérdida económica producida cuando no se satisface totalmente la demanda. Si existe demanda de riegos se considera la de abastecimiento como una restricción al sistema, ya que, en general, esta última demanda suele tener prioridad.

4. Producción de energía: Se supone que el mercado es capaz de absorber toda la energía producida. La única restricción es el volumen máximo turbinable en un determinado mes, función del tamaño de la conducción forzada, aunque se podría considerar también función del estado del embalse. El caudal mínimo se turbina siempre, mientras que dependiendo de la configuración del sistema tratado se podrá especificar el porcentaje de las demandas de abastecimiento y riegos que se puede turbinar. El beneficio de la venta de energía se calcula como el producto del precio del kilovatio-hora por el salto neto medio durante el mes y por la constante de producción en kWh/Hm^3/mes por metro de salto.

3. METODO DE CALCULO

3.1. *Formulación por programación dinámica.*

La determinación de la estrategia óptima de explotación se realiza según el criterio de maximizar el valor esperado del beneficio. Esto obliga a incluir en el proceso la matriz de probabilidad condicional entre caudales mensuales sucesivos que se comenta en 3.3.

La fórmula recurrente empleada en la programación dinámica normal es de la forma:

$$f_n(e_n) = \max_{d_p} [r_n(e_n, d_p) + f_{n-1}(e_n + q_n - d_p - p_n)] \qquad (1)$$

$$p = 1, 2, \ldots, m,$$

donde:

$f_n(e_n)$ = beneficio desde el intervalo n hasta el 1 cuando el estado inicial de embalse es e_n.

$r_n(e_n, d_p)$ = beneficio producido en el intervalo n al derivar d_p con un embalse e_n.

d_p = valor de una derivación posible. Se supone que hay m posibilidades diferentes.

$f_{n-1}(e_n + q_n - d_p - p_n)$ = beneficio desde el intervalo $n-1$ hasta el 1 cuando el estado inicial de embalse es e_{n-1}, esto es, el embalse inicial en n, e_n, más la aportación q_n, menos derivación d_n y pérdidas p_n.

Hay que tener en cuenta que todas las variables implicadas en esta formulación deben de satisfacer una serie de restricciones impuestas por la capacidad de las estructuras, la disponibilidad de agua, la magnitud de las distintas demandas, etc. En la programación dinámica estas restricciones no tienen que ser necesariamente lineales.

Esta formulación corresponde a una hidrología determinista, en que q_n se supone conocido. Sin embargo, esta hipótesis se puede mejorar suponiendo que:

$$p_i(q_j \mid q_k) = p_{i,j,k} \qquad (2)$$

donde:

$p_i(q_j \mid q_k)$ = probabilidad de recibir un caudal q_j en el mes $i-1$, cuando en el mes anterior, i, se ha recibido q_k.

Esta hipótesis implica que las aportaciones mensuales en un punto de un río forman un proceso markoviano, periódico, de primer orden.

Los valores $p_{i,j,k}$ se obtienen mediante un análisis estadístico de la serie histórica (ver 3.3). En él se calculan los coeficientes de correlación serial de primer orden, comprobando si la validez del ajuste es aceptable. En caso contrario habría que recurrir a los coeficientes de segundo orden o mayores, lo cual invalida la formulación que se expone a continuación, Yevdjevich (1964).

En la hipótesis de validez del proceso markoviano descrito, la formulación de la programación dinámica se expresa como sigue:

$$f_n(q_{n+1}, e_n) = \underset{\substack{d_p \\ p=1,2,\ldots,m}}{\text{máx}} \sum_{j=1}^{nj} p_{i,j,k} (r_n(e_n, d_p, q_j) + $$
$$+ f_{n-1}(e_n + q_j - d_p - p_n)), \tag{3}$$

con la misma nomenclatura empleada en la fórmula (1), y teniendo en cuenta que i es el mes correspondiente al intervalo de cálculo $n - 1$. En la expresión (3) lo que se hace realmente es hallar el máximo del valor esperado de la función económica, ya que por definición de probabilidad:

$$\sum_{j=1}^{nj} p_{i,j,k} = 1,$$

para todo i y k. Con esta formulación se tiene en cuenta la probabilidad de presentación de cada intervalo de caudales.

Como se observa, hay necesidad de introducir una nueva variable de estado, q_{n+1}. En la práctica es un dato del que se dispone antes de aplicar la fórmula, pues es la aportación en el mes anterior con valor q_k.

Según esto, aplicando sucesiva y recurrentemente la fórmula (3), se obtienen progresivamente los valores de la derivación que, para cada estado de embalse y cada aportación anterior, producen el máximo del valor esperado de la función económica. Esto, por otra parte, no resuelve el problema planteado, ya que puede ocurrir que dicho valor sea distinto para intervalos separados en un año. La razón es la influencia de la distancia relativa al fin del proceso en el tiempo, intervalo 1. Sin embargo, repitiendo este proceso se puede llegar a la convergencia, esto es, que para el mismo estado y en el mismo mes se obtiene siempre la misma derivación. Este último valor es el óptimo buscado.

El problema de este método radica en que la optimación del valor esperado puede ser incorrecta en los casos en que la desviación típica de los beneficios es demasiado grande, puesto que entonces la estrategia óptima puede ser muy distinta de la calculada. Para conocer la calidad del óptimo obtenido pueden calcularse algunos parámetros de la distribución de beneficios, aunque por supuesto, no intervienen en el proceso de optimación. En el caso tratado se calculan la desviación típica y el coeficiente de asimetría.

3.2. *Función objetivo y restricciones.*

Con el fin de poder aplicar la fórmula recurrente de la programación dinámica descrita en el apartado anterior, hay que definir la función objetivo $r_n(e_n, d_n, q_j)$, que expresa el beneficio neto de un intervalo.

Se dispone de los siguientes datos:

- El intervalo n de cálculo coincide con el mes i del año.
- El embalse al comienzo del mes es e_n.
- La derivación total durante el mes es d_n.
- La aportación recibida durante el mes es q_j.
- Se supone que todos estos valores pueden presentarse, es decir, que e_n y d_n son positivos y no exceden la capacidad de embalse y desagües, respectivamente, y que la probabilidad de recibir una aportación q_j es positiva.

El primer paso para evaluar el beneficio producido por la derivación es decidir cómo se reparte ésta entre las distintas demandas. Para ello, se emplean los criterios indicados en 2.3, los cuales dan lugar a un proceso en el que se presenta una serie de restricciones que hay que comprobar. El proceso tiene las siguientes fases:

1. Al embalse inicial se le suma la aportación y se le descuentan la evaporación y la derivación:

$$e = e_n + q_j - ev_i \times s_n - d_n,$$

donde ev_i es la evaporación específica en el mes y s_n es la superficie de embalse correspondiente a e_n.

2. Se calcula el máximo embalse admisible en el mes i, según

$$E = E_{\text{máx}} - av_i,$$

donde $E_{\text{máx}}$ es la capacidad activa máxima del embalse y av_i es el volumen reservado para avenidas durante el mes i.

3. Se comprueba que e no excede el máximo, ni es negativo:

$$0 \leq e \leq E.$$

Si

$$e > E,$$

se hace

$$e = E.$$

4. Si es así, la derivación supuesta, d_n, es aceptable, y se puede repartir entre las demandas. En primer lugar se descuenta la parte correspondiente al caudal mínimo del mes i, F_i, y al abastecimiento A_i. Si no se admite déficit de abastecimiento, se comprueba si:

$$d_n - F_i - A_i \geq 0.$$

Si se admite un déficit de abastecimiento, su valor será:

$$A\,D = \text{máx}\begin{cases} 0 \\ F_i + A_i - d_n \end{cases}$$

siendo necesario comprobar que este déficit es menor que el máximo admisible

$$D\,A \leqq D\,A_{\text{máx}}.$$

5. Si todavía queda agua disponible se calcula el déficit de riegos:

$$D\,R = \text{máx}\begin{cases} 0 \\ F_i + A_i + R_i - d_n \end{cases}$$

donde R_i es la demanda de riegos en el mes i, y se comprueba si $D\,R$ es menor que el déficit admisible:

$$D\,R \leqq D\,R_{\text{máx}}.$$

Debe tenerse en cuenta que si se admite déficit de riegos no se admite déficit de abastecimiento, y viceversa. El caso más normal es el primero.

6. Cálculo del volumen de agua turbinado durante el mes:

$$T_i = d_n - (1 - p_r) \times (R_i - D\,R) - (1 - p_a) \times (A_i - D\,A),$$

donde p_r es el tanto por uno del agua destinada a riegos que se puede turbinar y p_a es el tanto por uno del agua destinada a abastecimientos que se puede turbinar.

Esto implica que el caudal mínimo F_i se turbina siempre.

Hay que comprobar si el volumen turbinado es menor que el máximo posible:

$$T_i \leqq T_{\text{máx}}.$$

Una vez comprobado el cumplimiento de las restricciones y calculados estos valores, se puede calcular el beneficio del intervalo n, que consta de los siguientes términos:

1. Beneficio de venta de energía:

$$b_e = P \times H_m \times T_i \times p_{\text{kWh}} + b_0,$$

donde P es la constante de producción en kilovatios-hora por Hm^3/mes y metro de salto, p_{kWh} el beneficio neto del kilovatio-hora en pesetas, H_m el salto neto medio durante el mes i, y b_0 el beneficio mensual por OFILE en pesetas.

2. Déficit de abastecimiento o de riegos:

Caso de producirse un déficit de abastecimiento o de riegos hay que aplicar una penalización al beneficio total. Esta penalización tiene la forma:

$$D = h_t\,(p),$$

siendo D la penalización en pesetas, y p el porcentaje de déficit con respecto a la demanda en el mes i.

El cálculo de la función h de déficit es sencillo en el caso de la demanda para abastecimiento, ya que el precio del agua puede ser determinado con cierta precisión. Sin embargo, en el caso de la demanda de riegos sólo es posible obtener la función de déficit de forma aproximada. La razón es que es imposible calcular la pérdida producida por un déficit de agua en un mes dado, sin conocer los déficits en los restantes meses del período de riego. Es preciso entonces acudir a métodos aproximados.

Una vez obtenido el beneficio en el intervalo calculado puede aplicarse la fórmula recurrente de la programación dinámica descrita por la ecuación (3). Si se desea actualizar el beneficio al instante inicial basta multiplicar el término f_{n-1} por $1/(1 + r)$, siendo r la tasa de descuento en tanto por uno mensual.

Como se observa, la función objetivo no incluye los beneficios de riegos o abastecimiento. Esto se debe a que cualquier estrategia debe satisfacer las mismas demandas, produciendo iguales beneficios. Por tanto, a efectos de comparación, basta con introducir las penalizaciones producidas cuando las demandas no se satisfacen totalmente.

Se considera que el agua embalsada al final del proceso no tiene ningún valor, es decir:

$$f_0 = 0.$$

3.3. *Cálculo de las matrices mensuales de probabilidad.*

El empleo de las matrices de probabilidades condicionales $p_{i,j,k}$ tiene un grave inconveniente, ya que exige un enorme volumen de datos. Suponiendo que se utilizan cinco caudales posibles, el número de valores necesario es de $12 \times 5 \times 5 = 300$, que sube a 1.200, caso de utilizar diez caudales.

Con el fin de evitar la necesidad de dar tantos datos se puede partir directamente del coeficiente de correlación entre meses sucesivos. La fórmula que para un mes dado relaciona las dos variables, en la hipótesis de que las aportaciones mensuales estén distribuidas normalmente, es la siguiente, Mood (1950):

$$p(q_n \mid q_{n+1}) = \frac{1}{2\sigma_n \sqrt{1 - r^2_n}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2_n (1 - r^2_n)} \left(q_n - \mu_n - \frac{r_n \sigma_n}{\sigma_{n+1}} (q_{n+1} - \mu_{n+1}) \right)^2}$$

donde μ_n, σ_n son la media y desviación típica de los caudales en el mes n, y r_n, el coeficiente de correlación serial entre los meses n y $n + 1$.

El valor de este coeficiente viene dado por:

$$r^2_n = \frac{1}{\sigma^2_n \sigma^2_{n+1}} \sum_{i=1}^{m} (q_n q_{n+1} - \mu_n \mu_{n+1}).$$

El problema que presenta este planteamiento es que si los caudales no están distribuidos normalmente no se puede aplicar. Para tener en cuenta esta posibilidad, se puede hacer un tratamiento similar para el caso de que los caudales tengan una distribución logarítmico-normal, es decir, que los logaritmos de los caudales tengan distribución normal, lo cual es bastante frecuente.

Para ello, basta con aplicar la misma formulación indicada anteriormente, ya que

$$p\,(q_n \mid q_{n+1}) = p\,(ln\, q_n \mid ln\, q_{n+1}).$$

Sin embargo, en lugar de manejar la media, desviación típica y coeficiente de correlación correspondiente a los caudales, es preciso emplear los correspondientes a los logaritmos de los caudales. De esta forma, todo el proceso se realiza manejando la distribución normal de los logaritmos de los caudales, aunque la probabilidad de transición entre logaritmos de caudales sucesivos obtenida como resultado, coincide con la probabilidad de transición entre caudales sucesivos que requiere el método desarrollado.

4. PROCESO DE CALCULO

4.1. *Fases del proceso.*

De acuerdo con la metodología expuesta, se observa que la mecánica del proceso consiste en calcular la derivación que produce el máximo valor esperado de la función objetivo para el período comprendido entre el intervalo calculado y el intervalo 1 o intervalo final del proceso. Como datos se cuenta con la solución óptima del intervalo anterior en el cálculo (posterior en el tiempo), f_{n-1}. También es conocida la pareja de valores de las variables de estado, volumen embalsado en el intervalo *n*, e_n, y aportación en el $n + 1$, q_{n+1}, para las que se calcula la derivación óptima. Si se calcula ésta para todas las combinaciones posibles de e_n y q_{n+1}, se habrá definido el espacio de la solución óptima en el intervalo *n*. La razón de calcular el valor esperado estriba en que dado q_{n+1}, el valor del caudal q_n en el mes siguiente sólo se conoce en términos de probabilidad a través de $\rho_{i,\,j,\,k}$. Por tanto, para una derivación posible, d_p, hay que calcular el valor de la función objetivo para cada uno de los n_j valores posibles de q_n. Con la probabilidad $p\,(q_n \mid q_{n+1})$ de presentación de cada uno de estos caudales y los valores correspondientes de la función objetivo, se calcula el valor esperado de ésta. Si se comparan los valores esperados derivados de cada d_p posible se puede definir el máximo de aquéllos. La d_p correspondiente a este máximo será la derivación óptima en el intervalo *n* para un estado e_n, q_{n+1} dado.

En general, la estrategia óptima d_n para un estado dado será diferente de la obtenida doce intervalos más tarde, d_{n+12}, para el mismo estado, a pesar de que corresponden al mismo mes. La razón es la influencia del estado final, debida a la dificultad de considerar el valor del agua contenida en el embalse en ese instante. Sin embargo, al cabo de un cierto número de intervalos, normalmente de 30 a 60, el proceso converge, es decir, que para el mismo mes y estado del sistema se obtiene la misma estrategia. Cuando esto ocurre durante dos años seguidos, el primero para obtener la convergencia, y el segundo, para comprobar que es estable, se da por terminado el cálculo.

El proceso de cálculo del óptimo debe realizar un tanteo para cada uno de los valores posibles de la derivación, y elegir el máximo. Este valor queda registrado como el óptimo correspondiente al estado tanteado. Si de algún modo se puede reducir el número de tanteos, el proceso se aceleraría proporcionalmente a la reducción.

Existe un método desarrollado por Fibonacci, que en funciones de una variable unimodales, es decir, con un solo máximo, permite reducir considerablemente el número de tanteos. En efecto, si la función es unimodal y viene definida por 4, 20, 140 ó 10.000 puntos bastará calcular su valor en 3, 6, 10 y 19 puntos, respectivamente. Como se ve, el ahorro es tanto mayor cuanto mayor es el número de puntos. En el problema tratado aquí se va a tantear un mínimo de 5 derivaciones, y un máximo de 20, con lo que el ahorro obtenido al aplicar el método de Fibonacci varía entre el 20 y el 70 por 100. Estas cifras justifican la inclusión del método dentro del programa general del cálculo.

Nemhauser (1966) presenta la teoría matemática del método de Fibonacci, que, en esencia, constituye un proceso de programación dinámica. López García (1972) discute la aplicabilidad del método en el caso considerado. Aunque no se demuestre matemáticamente su validez, parece que en problemas de embalses con una sola variable de decisión, la función objetivo es unimodal y, por tanto, puede usarse el método de Fibonacci.

4.2. *Sistema de programas de ordenador.*

Siguiendo el proceso descrito se ha desarrollado un sistema de programas para la realización de los cálculos. La puesta a punto se ha realizado en el ordenador Siemens 4004 del Centro de Proceso de Datos del M.O.P. en lenguaje Fortran IV.

El sistema de programas consta de un programa principal y diez subprogramas, cuyo funcionamiento se puede describir así:

1. El proceso comienza con el programa DEPE, que lee los datos de partida, suma totales de demanda y calcula las matrices de probabilidad de caudales mediante las subrutinas PRO y PICO. Poste iormente escribe los datos para su posible comprobación y llama a la subrutina JEFE.

2. La subrutina JEFE calcula sucesivamente los distintos intervalos. En cada uno de ellos se tantean todas las combinaciones posibles de variables de estado. Para cada una se llama a FIBO para calcular la derivación óptima correspondiente.

3. La subrutina FIBO decide las derivaciones que hay que tantear, siguiendo el método Fibonacci. Cada vez que define un valor llama a la subrutina ELE para calcular el valor de la función económica correspondiente a cada caudal, y con este conjunto de valores y su probabilidad, obtiene el valor espeıado de la función objetivo. En este proceso utiliza la subrutina PARTE para comprobar las restricciones y distribuir la derivación entre las demandas. También emplea las subrutinas DOLAR y RED para evaluar la función objetivo.

5. Una vez calculada la función objetivo correspondiente a todas las combinaciones de las variables de estado, la sub utina JEFE da por terminado el intervalo y comprueba si el proceso ha alcanzado la estabilidad. Si es así, da por terminado el proceso imprimiendo los resultados mediante las subrutinas SAL y PINTA.

4.3. *Datos necesarios.*

Los datos requeridos para el cálculo son los siguientes:

— Características del embalse.

Puntos de las curvas volumen-superficie-salto neto correspondientes a los estados que se desea tantear, constante de producción de la central, caudal máximo turbinable, porcentajes turbinados de las derivaciones para riegos y abastecimiento y derivaciones totales que se quieren tantear.

— Datos de demandas.

Demanda mensual de abastecimientos, riegos y caudal mínimo en el río, volumen mensual reservado para avenidas y evaporación específica mensual.

— Datos hidrológicos.

Caudal medio y desviación típica de las aportaciones mensuales y coeficiente de correlación entre aportaciones mensuales sucesivas.

— Datos económicos.

Beneficio de venta del kilovatio-hora, beneficio mensual por OFILE, interés mensual del dinero y función de déficit de abastecimiento o riegos, expresada en pérdida mensual para diversos porcentajes de déficit.

5. APLICACION DEL METODO

Con el fin de probar la posibilidad de aplicar el método a un caso real, se tomó como ejemplo el embalse de Santa Teresa, en el Tormes. Debe observarse que por tratarse de un trabajo de investigación no todos los datos empleados corresponden a la realidad, pues sólo su determinación exigía un tiempo considerable. En este caso particular, tanto los datos de demandas como la función de déficit de riegos se han improvisado. Los datos de embalse e hidrológicos corresponden a la realidad.

Se han empleado 8 aportaciones posibles y 11 estados de embalse, a intervalos del 10 por ciento del embalse activo máximo. En cuanto a la variable de decisión se han tanteado 12 valores de derivaciones posibles.

Estas dimensiones son las que se emplearían en resolver un caso real. El tiempo de ordenador invertido en el cálculo fue de treinta minutos. La convergencia de la estrategia óptima se obtuvo al cabo de 36 intervalos, aunque se calcularon 60 con el fin de comprobar que era estable.

Se obtienen los siguientes tipos de resultados:

a) Matrices de transición de probabilidad entre caudales sucesivos, $p_{i,j,k}$ (figura 2).

b) Salida intermedia de estrategias en cada intervalo. Muestra la evolución de la estabilización (fig. 3).

c) Estrategias óptimas estabilizadas en cada mes (fig. 4), en función de la aportación en el mes anterior y el volumen embalsado al comienzo de cada mes. Estas estrategias se pueden representar en gráficos como el de la figura 5.

MES NUMERO 5

Q \ QF	20.0	30.0	45.0	60.0	90.0	135.0	200.0	300.0
20.0	0.230	0.330	0.260	0.140	0.040	0.000	0.000	0.000
30.0	0.150	0.240	0.230	0.240	0.120	0.020	0.000	0.000
45.0	0.050	0.130	0.240	0.270	0.230	0.070	0.010	0.000
60.0	0.020	0.070	0.170	0.280	0.290	0.140	0.030	0.000
90.0	0.000	0.020	0.080	0.200	0.340	0.250	0.090	0.020
135.0	0.000	0.000	0.030	0.110	0.280	0.330	0.190	0.060
200.0	0.000	0.000	0.000	0.040	0.170	0.320	0.290	0.180
300.0	0.000	0.000	0.000	0.010	0.080	0.230	0.330	0.350

Fig. 2. — Probabilidad de recibir QF Hm³ en mayo cuando en abril se han recibido Q Hm³.

OPTIMOS DEL INTERVALO 53 CORRESPONDIENTE AL MES 5

DEMANDA DE ABASTECIMIENTO, 4.70 HM3
DEMANDA DE RIEGOS, 29.50 HM3
CAUDAL MINIMO AGUAS ABAJO, 10.00 HM3

APORT. ANTERIOR HM3	EMBALSE INICIAL HM3	DESEMB. OPTIMO HM3	BENEF. HASTA FIN MILES PTS.
20.00	48.00	45.00	133510.
20.00	96.00	45.00	136985.
20.00	144.00	45.00	140374.
20.00	192.00	45.00	143656.
20.00	240.00	45.00	146866.
20.00	288.00	85.00	150169.
20.00	336.00	105.00	153623.
20.00	384.00	105.00	157145.
20.00	432.00	115.00	160713.
20.00	477.50	115.00	163736.
30.00	48.00	45.00	134581.
30.00	96.00	45.00	138035.
30.00	144.00	45.00	141396.
30.00	192.00	45.00	144657.
30.00	240.00	45.00	147875.
30.00	288.00	95.00	151200.

Fig. 3. — Resultados parciales del proceso de optimación.

TABLA DE ESTRATEGIAS EN EL MES 5

DEMANDA DE ABASTECIMIENTO, 4.70 HM3
DEMANDA DE RIEGOS, 29.50 HM3
CAUDAL MINIMO AGUAS ABAJO, 10.00 HM3

DERIVACIONES OPTIMAS EN HM3-MES

EMB-INIC	APORTACION EN EL MES ANTERIOR (HM3)							
HM3	20.00	30.00	45.00	60.00	90.00	135.00	200.00	300.00
0.	*00.00	*00.00	*00.00	*00.00	*00.00	35.00	45.00	45.00
48.	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00
96,	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00
144.	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	55.00
192.	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	65.00	95.00	105.00
240.	45.00	45.00	55.00	55.00	75.00	105.00	115.00	115.00
288.	85.00	95.00	95.00	95.00	105.00	105.00	115.00	115.00
336.	105.00	105.00	105.00	105.00	115.00	115.00	115.00	115.00
384.	105.00	105.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00
482.	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00
478.	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00	115.00

Fig. 4. — Tabla de estrategias óptimas del mes de mayo.

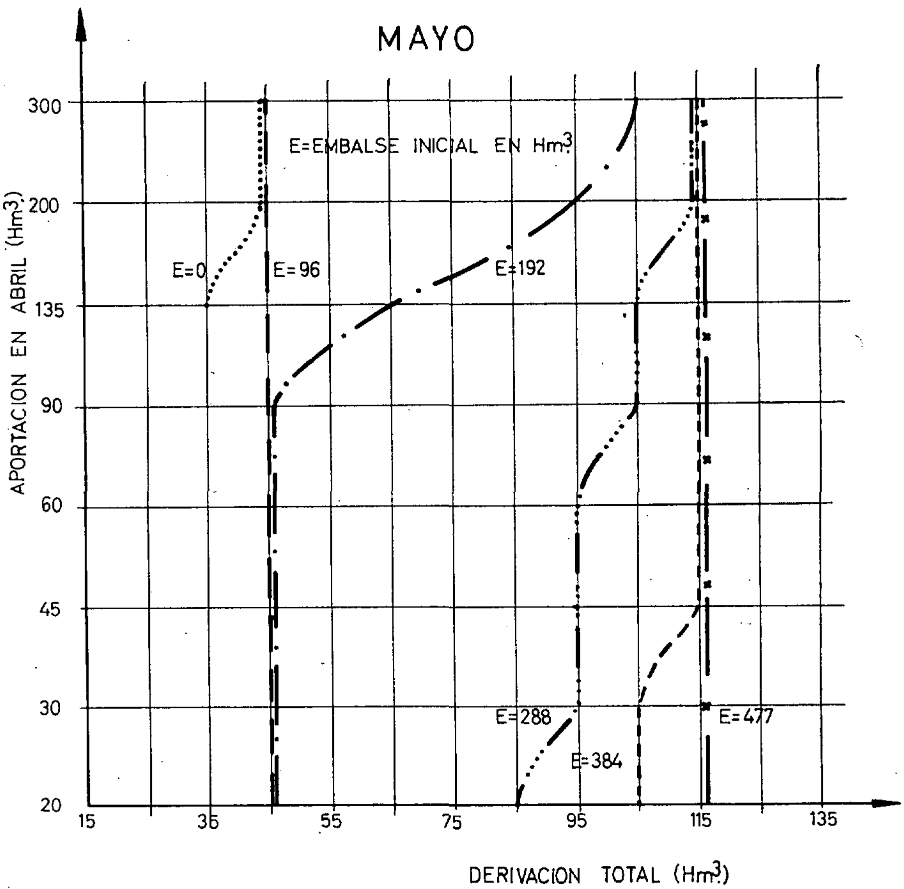

Fig. 5. — Gráfico de estrategias.

6. CONCLUSIONES

El sistema de programas desarrollado permite definir la estrategia óptima de explotación mensual de un embalse de uso múltiple, conocidas las características físicas del embalse y las diferentes demandas servidas por él. La estrategia en cada mes es función del volumen embalsado a comienzo del mes y la aportación en el mes anterior. Es necesario recordar que la solución obtenida es óptima únicamente en el caso de que las hipótesis realizadas a lo largo del proceso sean válidas.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo se ha realizado gracias a una beca de investigación de la Fundación Juan March. Se agradecen las facilidades dadas por el Centro de Proceso de Datos del M.O.P. para la utilización de su ordenador, y especialmente la ayuda de D. Celso Nores, Ingeniero de Caminos de dicho Centro, durante la puesta a punto del programa.

BIBLIOGRAFIA

ASKEW, A. J.; YEH, W. W.-G., and HALL, W. A.: "Optimal design and operation of reservoir systems". Proc. Int. Symp. on Math. Models in Hydrology, I.A.S.H., Varsovia, julio 1971.

LOPEZ GARCIA, L.: "La programación dinámica y la planificación de los recursos hidráulicos". Revista de Obras Públicas, mayo 1971.

LOPEZ GARCIA, L.: "Estrategia óptima de explotación de un embalse". Fundación Juan March, julio 1972.

LOPEZ GARCIA, L.: "Programación dinámica aplicada a la planificación y explotación de los recursos hidráulicos". Tesis doctoral. E. T. S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1973).

MAAS, A. M.: "Design of water resources systems". Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1962.

MOOD, A. F.: "Introduction to the theory of statistics". McGraw-Hill, New York, 1950.

NEMHAUSER, G.: "Introduction to Dynamic Programming". John Wiley Sons, Inc., New York, 1966.

YEVDJEVICH, V. M.: "Fluctuations of wet and dry years, part. II, Analysis by serial correlation". Colorado State University Hydrology Paper No. 4, junio 1964.